

Разработка и развитие современных численных методов решения обратных и некорректных задач в моделировании раковых опухолей

Научный руководитель проекта: д.ф.-м.н., профессор Бектемесов М.А.

Цель

Целью данного проекта является разработка и совершенствование современных численных методов решения обратных и некорректных задач, возникающих при моделировании сложных биомедицинских процессов, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных.

Текущее состояние

Получены результаты исследования идентифицируемости параметров моделей роста опухолей (логистическая, Гомпертца, Ричардса), включая постановку и анализ устойчивости обратной задачи восстановления параметров через информационную матрицу Фишера. Проведён обзор численных методов решения обратных и некорректных задач в медицине (регуляризация, градиентные и стохастические алгоритмы, МКЭ), разработаны биотермические модели роста опухолей, методология решения параболических уравнений на сетках сложной геометрии, а также применение нейронных сетей (PINN) для моделирования роста раковой опухоли.

Сравнение с аналогами

По сравнению с аналогами проект находится на пересечении математической биологии, теории обратных задач и методов машинного обучения, сочетая строгий анализ идентифицируемости параметров (дифференциальная алгебра, ряды Тейлора) с современными численными и ИИ-методами (МКЭ, PINN, оптимизационные алгоритмы). Это выгодно отличает работу от чисто эмпирических подходов к калибровке моделей.

Эффективность проекта

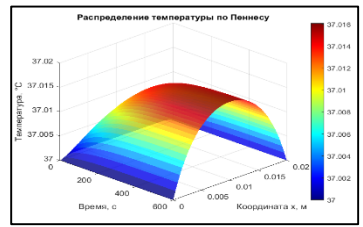
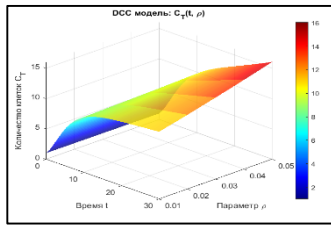
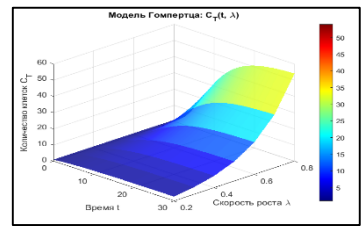
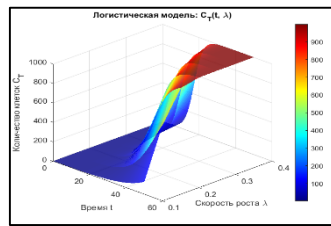
Сочетание анализа идентифицируемости, регуляризационных и оптимизационных алгоритмов позволяет заранее выявлять неустойчивые параметры и эффективно решать обратные задачи при ограниченных данных. Применение PINN и МКЭ на сложных геометриях дополнительно повышает точность, что подтверждается согласованностью результатов с экспериментальными данными.

Области применения

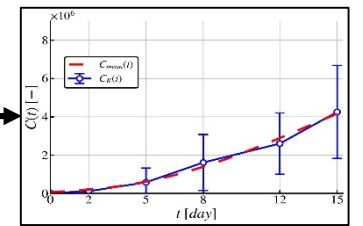
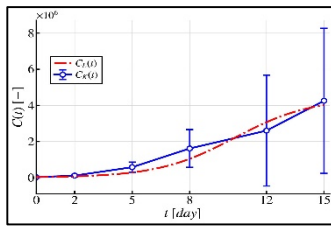
Область применения – вычислительная математика, численные методы решения дифференциальных уравнений, математическое моделирование медико-биологических процессов, научные вычисления, медицинская биоинформатика, образовательный процесс по прикладной математике и информационным технологиям, а также исследовательские лаборатории, занимающиеся анализом и прогнозированием динамики заболеваний.

Зарубежные партнеры (вузы и ученые)

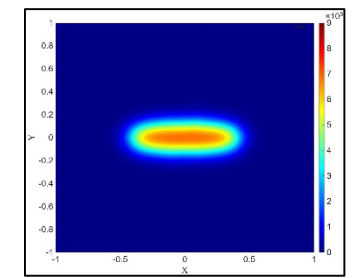
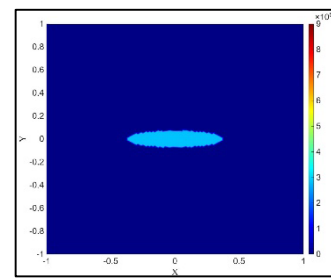
Новосибирский Государственный Университет, Институт математики имени С. Л. Соболева СО РАН (РФ, Новосибирск): член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор **Кабанихин С.И.**, профессор РАН, д.ф.-м.н. **Шишленин М.А.**;
 Университет города Ля-Рошель (Франция): PhD, профессор **Лоранс Шерфилс**;
 Казахский научно-исследовательский институт онкологии и радиологии (Алматы, Казахстан).



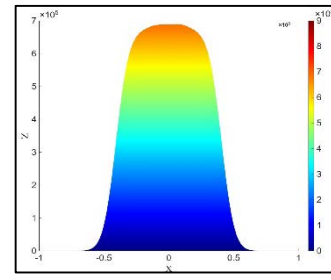
Математические модели роста опухоли описывают динамику опухолевых клеток с помощью дифференциальных уравнений и применяются для прогнозирования и оптимизации лечения.

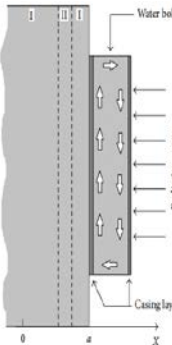


Улучшение моделирования динамики раковых клеток за счет восстановленных параметров



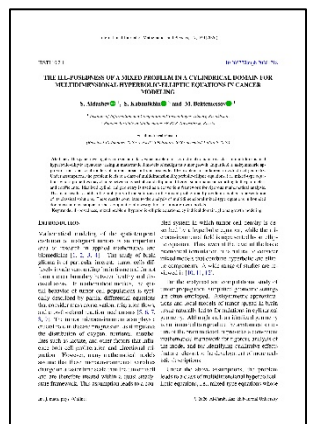
Распределение плотности (количества) раковых клеток в начальный момент времени $t = 0$ и в конечный момент времени $t = 15$





$$\begin{cases} \rho_t c_t \frac{\partial T_t}{\partial t} = \nabla \cdot (k_t \nabla T_t) + \omega_b \rho_b c_b (T_a - T_t) + Q_m + Q_r, \\ T_t(x, 0) = T_i, & 0 < x < a, \\ T_t(0, t) = T_c, & 0 < t < t_f, \\ -k_t \frac{\partial T_t(a, t)}{\partial x} = U(T_\infty - T_t(a, t)), & 0 < t < t_f. \end{cases}$$

Распределение температуры внутри ткани может быть получено путем решения биотеплового уравнения Пеннеса



Опубликованы статьи в журналах входящих в Scopus (Q3)